



7.º ANO | 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

# MATEMÁTICA

## INTRODUÇÃO

Este documento curricular apresenta as aprendizagens matemáticas a que os alunos do Ensino Básico devem ter acesso e o racional que as justifica. Foi elaborado por uma equipa pluridisciplinar, composta por especialistas em Didática da Matemática e em Matemática (Álgebra, Geometria e Estatística e Probabilidades) e por professores experientes dos diversos níveis de ensino: Ana Paula Canavarro (coordenadora), Célia Mestre, Dulce Gomes, Elvira Santos, Leonor Santos, Lina Brunheira, Manuela Vicente, Maria João Gouveia, Paulo Correia, Pedro Macias Marques e Rui Gonçalo Espadeiro.

A Introdução do documento é composta por duas secções distintas. A primeira secção é comum a todo o Ensino Básico e define ideias-chave que abrangem todo este nível de ensino. A segunda secção diz respeito ao 3.º Ciclo e explicita os principais focos dos conteúdos de aprendizagem, organizados pelos diferentes temas, fazendo referência à articulação vertical com o ciclo anterior.

Por simplificação do texto, este documento não adota linguagem sensível ao género mas assume, naturalmente, uma perspetiva inclusiva.

## 1. Matemática na Educação Básica

### Porque devem todos aprender Matemática?

A Matemática tem um lugar privilegiado no currículo de inúmeros países, que se justifica por dois argumentos diferentes:

- Nenhum ser humano pode ficar privado de conhecer e tirar partido do património ímpar, científico e cultural, que a Matemática constitui. Uma experiência matemática adequada proporciona às crianças e jovens a possibilidade de desenvolvimento pessoal cognitivo e dota-os de ferramentas intelectuais relevantes para melhor conhecer, compreender e atuar no mundo em que vivem, prosseguir estudos, aceder a uma profissão e exercer uma cidadania democrática.
- Nenhuma sociedade pode dispensar a preparação dos seus futuros cidadãos para os desafios que enfrenta, nomeadamente científicos e tecnológicos, num mundo em que é preciso mobilizar múltiplas literacias para responder às exigências destes tempos de imprevisibilidade e de mudanças aceleradas. A ideia de “literacia matemática”, em que a OCDE (<https://www.oecd.org/pisa/>) destaca a capacidade de raciocinar matematicamente e interpretar e usar a Matemática na resolução de problemas de contextos diversos do mundo real, é crucial para que cada pessoa possa viver e atuar socialmente de modo informado, contributivo, autónomo e responsável.

Neste contexto, “Matemática para todos” é um princípio essencial que este documento curricular assume. Dirige-se a todos os alunos, afirmando inequivocamente que ninguém pode ficar excluído da Matemática e que cada um deve ter oportunidade de ser sujeito de experiências de aprendizagem matematicamente ricas e desafiantes.

Outro princípio que se assume é “A Matemática é única, mas não é a única”, que perspetiva a Matemática no quadro de uma educação global e integral do indivíduo, na qual a Matemática contribui, a par com as outras áreas curriculares e em diálogo com elas, para o desenvolvimento das áreas de competências transversais indicadas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.

O terceiro princípio assumido é “Matemática para o século XXI”, que corresponde à focagem das aprendizagens matemáticas dos alunos no que é efetivamente relevante nos tempos atuais, com desafios claramente distintos dos do século passado, acompanhando as tendências internacionais no que diz respeito a uma seleção criteriosa do que os alunos devem aprender e como.

A consideração destes três princípios teve implicações que se refletem na definição dos objetivos e conteúdos de aprendizagem, das orientações metodológicas e das orientações para a avaliação.

### Para quê aprender Matemática no século XXI?

Este documento curricular define um conjunto de objetivos gerais para a aprendizagem da Matemática, valorizando uma perspetiva de literacia matemática. Define oito objetivos que todos os alunos devem conseguir atingir e que envolvem, de forma integrada, conhecimentos, capacidades e atitudes relativas a esta área do saber:

1. Desenvolver uma **predisposição positiva** para aprender Matemática e relacionar-se de forma produtiva com esta disciplina nos diversos contextos em que surge como necessária. Isto pressupõe a possibilidade de crianças e jovens aprenderem Matemática usufruindo dela com **gosto** e acompanhadas de um sentimento crescente de **autoconfiança** na sua capacidade de lidar de modo autónomo com a Matemática. O gosto e a autoconfiança são ambos fatores essenciais que interferem positivamente com a predisposição para a aprendizagem, pelo que o seu desenvolvimento deve ser estrategicamente cuidado, de forma continuada, no desenrolar do processo de ensino da Matemática.
2. **Compreender e usar**, de forma fluente e rigorosa, com significado e em situações diversas, **conhecimentos matemáticos** (conceitos, procedimentos e métodos) relativos aos temas **Números, Álgebra, Dados e Probabilidades, e Geometria**. Os conhecimentos matemáticos constituem ferramentas fundamentais a mobilizar no trabalho em Matemática e na sua interação com outras áreas do saber ou da realidade. Os alunos devem ter oportunidade de aceder a estes conhecimentos e de reconhecer o seu valor, compreendendo o que significam, como se relacionam, que potencialidades oferecem para interpretar e modelar o mundo e resolver problemas.
3. Desenvolver a capacidade de **resolver problemas** recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas. A resolução de problemas é uma atividade central da Matemática, na qual todos os alunos devem poder tornar-se, progressivamente, mais eficazes.
4. Desenvolver a capacidade de **raciocinar matematicamente**, de forma a compreender o porquê de relações estabelecidas serem matematicamente válidas. O raciocínio matemático é uma atividade central da Matemática que inclui a formulação de conjeturas, a justificação da sua validade ou refutação e a análise crítica de raciocínios produzidos por outros. Todos os alunos devem ter oportunidade de desenvolver progressivamente raciocínios abstratos, usando linguagem matemática com a sofisticação adequada.
5. Desenvolver e mobilizar o **pensamento computacional**, capacidade que tem vindo a assumir relevância nos currículos de Matemática de diversos países. O pensamento computacional pressupõe o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos. Estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação.
6. Desenvolver a capacidade de **comunicar matematicamente**, de modo a partilhar e discutir ideias matemáticas, formulando e respondendo a questões diferenciadas, ouvindo os outros e fazendo-se ouvir, negociando a construção de ideias coletivas em colaboração. Comunicar de forma clara aos outros requer a organização e consolidação prévia das ideias e processos matemáticos, o que potencia a compreensão matemática e proporciona oportunidade para o uso progressivo de linguagem matemática como estratégia de comunicar com maior precisão.
7. Desenvolver a capacidade de usar **representações múltiplas**, como ferramentas de apoio ao raciocínio e à comunicação matemática, e como possibilidade de apropriação da informação veiculada nos diversos meios de comunicação, nomeadamente digitais, onde surge em formatos em constante evolução. As ideias matemáticas são especialmente clarificadas pela conjugação de diferentes tipos de representação, e a compreensão plena depende da familiaridade e fluência que os alunos têm com as várias formas de representação. A

tecnologia desempenha um papel especialmente relevante por facilitar a transição entre diferentes tipos de representação e análises com maior detalhe ou magnitude, inacessíveis sem os recursos tecnológicos.

8. Desenvolver a capacidade de estabelecer **conexões matemáticas**, internas e externas, que lhes permitam entender esta disciplina como coerente, articulada, útil e poderosa. As conexões internas ampliam a compreensão das ideias e dos conceitos matemáticos que nelas estão envolvidos, e estabelece relações entre os diversos temas da Matemática. As conexões externas da Matemática com distintas áreas do conhecimento, como as Artes, as Ciências ou as Humanidades, ou com situações diversas dos contextos da realidade, possibilitam que os conhecimentos matemáticos sejam usados para compreender, modelar e atuar em várias áreas ou disciplinas. A exploração de conexões matemáticas pelos alunos é uma condição indispensável para o reconhecimento da relevância da Matemática.

### O que aprender em Matemática?

Neste documento curricular assumem centralidade enquanto conteúdos de aprendizagem na área curricular de Matemática, tanto capacidades matemáticas transversais, como conhecimentos matemáticos, de acordo com o esquema (Figura 1), que relaciona os diversos conteúdos a serem contemplados nas aprendizagens dos alunos.

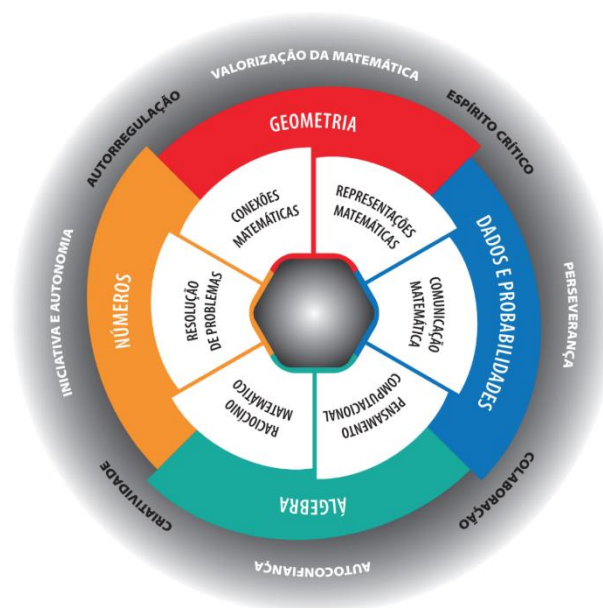


Figura 1: Conteúdos de aprendizagem em Matemática no Ensino Básico.

As capacidades matemáticas transversais consideradas em todo o Ensino Básico são seis. Às capacidades de resolução de problemas, raciocínio matemático, comunicação matemática, representações matemáticas e conexões matemáticas (internas e externas), junta-se agora o pensamento computacional, ampliando-se assim o conjunto das que eram valorizadas em anteriores documentos curriculares.

Pela sua importância, estas capacidades são valorizadas como objetivos de aprendizagem e surgem contempladas como um tema de aprendizagem em todos os anos de escolaridade, salientando-se que este destaque enquanto tema não sugere o seu tratamento isolado, mas sim a sua presença permanente e integrada em todos os temas matemáticos.

Os conhecimentos matemáticos contemplados em todo o Ensino Básico inscrevem-se nos quatro temas expectáveis, adotando-se tópicos e abordagens adequadas às necessidades da atual sociedade para lidar com questões que envolvem quantidade, relações e variação, dados e incerteza, espaço e forma, em contextos diversos. Valorizando-se uma abordagem em espiral, os conhecimentos dos diferentes temas são abordados em todos os anos de escolaridade, com graus sucessivos de aprofundamento e completamento e com progressivos níveis de formalismo. A segunda secção desta Introdução explicita o entendimento a dar a cada um dos temas matemáticos neste ciclo de escolaridade.

Este documento curricular valoriza ainda algumas **capacidades e atitudes gerais transversais**, decorrentes das áreas de competências previstas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Estas contribuem para uma educação matemática mais articulada com uma educação global e, no sentido inverso, para que a Matemática ofereça contexto ao desenvolvimento integral dos alunos. A seleção recai, sem prejuízo de que todas sejam contempladas quando pertinente, naquelas que mais diretamente se relacionam com a Matemática, considerando-se as capacidades de pensamento crítico, criatividade, colaboração e autorregulação, e as atitudes de autoconfiança, perseverança, iniciativa e autonomia e valorização do papel do conhecimento, aqui concretizado na Matemática. Estas capacidades e atitudes gerais devem ser alvo de desenvolvimento continuado ao longo dos anos de escolaridade, aplicando-se transversalmente em todos os temas de aprendizagem.

### Como promover a aprendizagem da Matemática?

Este documento curricular considera um conjunto de orientações metodológicas que refletem os princípios orientadores adotados, em especial no que diz respeito ao princípio do direito à aprendizagem da Matemática por todos os alunos. Valorizam-se por isso práticas de ensino promotoras das aprendizagens matemáticas dos alunos que simultaneamente potenciam o alcançar dos objetivos de aprendizagem definidos. Estas orientações metodológicas aplicam-se a todos os anos de escolaridade e temas de aprendizagem, destacando-se as seguintes ideias-chave:

- **Abordagem em espiral** – É importante que os alunos tenham múltiplas oportunidades de contactar com os diversos conteúdos matemáticos, em diferentes tempos, proporcionando-se o amadurecimento da compreensão e a consolidação progressiva das diversas aprendizagens. Esta opção permite aprofundar as aprendizagens de acordo com a maturidade intelectual dos alunos, bem como criar novas possibilidades de aprendizagem aos alunos que ainda não a tenham realizado.
- **Articulação de conteúdos** – É importante que os alunos trabalhem de forma intencionalmente explícita com conhecimentos de diferentes temas na abordagem de uma mesma situação/tarefa, mobilizando conexões internas da Matemática. Só assim o aluno pode

desenvolver uma visão coerente e integrada, não compartimentada, desta área do saber, o que releva para a qualidade das aprendizagens e está em relação com a abordagem em espiral.

- **Papel do aluno** – É da maior importância implicar os alunos no processo de aprendizagem, numa perspetiva de abordagem dialógica na construção de conhecimento. Proporcionar aos alunos o exercício da sua agência (iniciativa e autonomia) é essencial para a autorregulação da sua capacidade de aprender. O desenvolvimento do sentimento de pertença ou integração na comunidade de aprendizagem que é a turma cria condições favoráveis à aprendizagem de todos.
- **Dinâmica da aula** – É essencial proporcionar oportunidade e tempo para que os alunos pensem, partilhem e discutam entre si as produções matemáticas que realizam durante a exploração de uma tarefa, e para que sistematizem coletivamente as aprendizagens matemáticas que emergem. Estas práticas contribuem decisivamente para a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades matemáticas transversais consideradas, como o raciocínio ou a comunicação matemática, bem como para o desenvolvimento das capacidades e atitudes gerais transversais, a estar presentes na abordagem e exploração das tarefas, qualquer que seja o tema.
- **Tarefas** – A experiência matemática dos alunos desenrola-se a partir de tarefas, sendo essencial que estas sejam poderosas e desafiantes, com vista a cativar os alunos e impulsionar as suas aprendizagens. Importa considerar tarefas de natureza distinta, selecionadas/adaptadas ou criadas de acordo com os objetivos a atingir, destacando-se as propostas que possibilitam que os alunos reconheçam a relevância da Matemática, focando-se na articulação com outras áreas de conhecimento ou com a realidade, usando a Matemática para compreender e modelar situações de diversos contextos, e tomar decisões informadas e fundamentadas.
- **Modos de trabalho** – As modalidades de trabalho a adotar com os alunos devem ser diversificadas e escolhidas em função do objetivo de aprendizagem e da tarefa a realizar. Atendendo à necessidade de promover a colaboração, o documento curricular valoriza os modos de trabalho em que os alunos interagem uns com os outros, e também formas de organização em que os alunos trabalham de forma independente do professor (embora com a sua monitorização), individualmente ou em pequenos grupos, seguidos de uma discussão coletiva, o que potencia o desenvolvimento da autonomia dos alunos.
- **Recursos/tecnologia** – A aprendizagem da Matemática beneficia do uso de recursos diversos que possibilitem, entre outros, o uso e exploração de representações múltiplas de forma eficiente. Os **materiais manipuláveis** devem ser utilizados sempre que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações matemáticas. As **ferramentas tecnológicas** devem ser consideradas como recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. A literacia digital dos alunos deve incluir a realização de cálculos, a construção de gráficos, a realização de simulações, a recolha, organização e análise de dados, a experimentação matemática, a investigação e a modelação, a partilha de ideias. Todos os alunos devem poder aceder livremente a calculadoras, robôs, aplicações disponíveis na Internet e *software* para tratamento estatístico, geometria, funções, modelação, e ambientes de programação visual. A **Internet** deve constituir-se como fonte importante de acesso à informação ao serviço do ensino e da aprendizagem da Matemática. A utilização da **calculadora** contempla tanto o objeto tradicional como as aplicações instaladas em dispositivos móveis com funcionalidades semelhantes ou ampliadas e aplicações disponíveis na Internet. A integração da tecnologia na atividade matemática deve ser entendida com um caráter instrumental, não como um fim em si mesmo, para promover

aprendizagens mais significativas e ampliar os contextos em que se desenvolve a ação do aluno e a diversidade de perspectivas sobre objetos matemáticos estudados, com influência determinante na natureza das propostas apresentadas pelo professor.

### Como avaliar as aprendizagens em Matemática?

A avaliação é uma dimensão incontornável em qualquer documento curricular pela importância com que se reveste na aprendizagem dos alunos. Duas razões principais são de destacar:

- Uma prática de avaliação formativa continuada contribui de forma muito expressiva para as aprendizagens dos alunos, pelo que é imperioso o seu desenvolvimento na aula de Matemática;
- O foco da avaliação sumativa, o que é testado em cada momento formal, transmite o que é realmente importante saber, pelo que a sua prática deve respeitar e estar em consonância com as restantes componentes curriculares.

Este documento curricular assume a importância da **avaliação formativa**. De forma a garantir a coerência com o propósito fundamental da avaliação formativa, o de regular as aprendizagens matemáticas dos alunos (e o ensino do professor), devem ser criados ambientes de aprendizagem matemática onde errar seja visto como fazendo parte do processo de aprendizagem. Acresce que, para que a avaliação, enquanto atividade de comunicação, realmente aconteça, é imprescindível discutir e negociar com os alunos os critérios de avaliação, as lentes que vão ser usadas para decidir se houve aprendizagem e o que falta melhorar, desenvolver, para que esta atinja o nível esperado. Se é certo que todo o professor tem critérios de avaliação, não é tão certo que estes sejam claros para os alunos. Assim, há que trabalhar com os alunos os critérios de avaliação para cada tipologia de aprendizagens ou de tarefas a realizar (por exemplo, o que é importante na resolução de problemas? O que os alunos têm de evidenciar para revelarem ter capacidade de resolver problemas?). A apropriação dos critérios de avaliação por parte dos alunos constitui um importante contributo para o desenvolvimento da sua capacidade de autorregulação, fim último da avaliação formativa. A forma como a avaliação formativa se concretiza no trabalho quotidiano com os alunos é muito variada, podendo ter uma natureza formal ou informal. Contudo, dificilmente se conseguem encontrar estratégias de avaliação formativa eficazes que não incluam o *feedback*, seja ele oral ou escrito. Mas para que o *feedback* possa realmente contribuir para a aprendizagem, para além de deve ser dado em tempo útil (depois do aluno ter tido oportunidade de trabalhar a tarefa e poder continuar a desenvolvê-la após receber os comentários do professor ou dos seus pares), deverá ainda ser compreensível, promover a sua reflexão sobre o que já fez, e apontar pistas que o oriente a prosseguir o seu trabalho.

No que respeita à avaliação **sumativa**, é imperioso que esta se operacionalize de forma coerente com as restantes componentes curriculares, isto é, tenha em conta os conhecimentos e as capacidades constantes na aprendizagem matemática. Uma vez que não existe um único instrumento que seja simultaneamente adequado a todo o tipo de aprendizagens matemáticas que se espera que os alunos desenvolvam, há que diversificar os instrumentos de avaliação para recolha de informação. Por exemplo, se o foco for a aquisição de conhecimentos de factos ou procedimentos matemáticos, um instrumento a ser respondido na forma escrita, individual e em tempo limitado, como sejam uma questão de aula ou um teste, pode ser adequado. Mas se o objeto de avaliação for a capacidade de resolução de problemas ou de raciocínio matemático, a realização de uma tarefa, em tempo alargado, que faça apelo a uma destas capacidades, poderá ser mais adequado. A apresentação e discussão oral desta resolução poderá ser uma forma de avaliar a capacidade de comunicação matemática dos alunos. Já a realização de um pequeno projeto, a pares ou em grupo, poderá fornecer ao professor e aos alunos evidências

da sua capacidade de estabelecer conexões matemáticas com outras disciplinas ou da sua literacia estatística. Ao não respeitar esta orientação corre-se o risco de reduzir o currículo às aprendizagens de nível cognitivo mais baixo, por serem estas as que são vistas como sendo mais fáceis de mensurar.

### Como é que este documento apoia a gestão curricular em Matemática?

O professor é um elemento-chave mediador das aprendizagens matemáticas dos alunos, sendo fundamentais as suas escolhas relativamente à abordagem dos conteúdos de aprendizagem e às orientações metodológicas que integram o documento curricular. Expresso no formato de Aprendizagens Essenciais, este documento curricular apresenta-se organizado em quatro colunas, que importa distinguir:

- **Temas e tópicos matemáticos [Coluna 1]** – Identifica os conceitos matemáticos a abordar ao longo do ano de escolaridade, sem pretender estabelecer uma ordem sequencial. Por incidir num ano de escolaridade específico, detalha os conteúdos a introduzir nesse ano, pressupondo necessariamente que o que foi abordado nos anos anteriores precisa de ser retomado. A explicitação por ciclo, incluída na segunda secção desta Introdução, indica os principais focos dos conteúdos de aprendizagem, organizados pelos diferentes temas, fazendo igualmente referência à articulação vertical com o ciclo anterior
- **Objetivos de aprendizagem [Coluna 2]** – Explicita as aprendizagens que o aluno deve revelar relativamente a cada tópico e subtópico em cada um dos cinco temas de aprendizagem (Capacidades matemáticas transversais, Números, Álgebra, Dados e Probabilidades, Geometria);
- **Ações estratégicas de ensino do professor [Coluna 3]** – Fornece indicações metodológicas que se consideram adequadas para a promoção dos objetivos de aprendizagem definidos, relativos aos conhecimentos e capacidades matemáticas e também às capacidades e atitudes gerais ancoradas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Inclui também exemplos de abordagens aos conhecimentos, tarefas a propor aos alunos e o modo de as explorar, para clarificação e ilustração das orientações metodológicas. Destaca-se a inclusão de exemplos que sublinham a intenção de, através da mesma tarefa, serem trabalhados objetivos de diversos subtópicos matemáticos e/ou capacidades matemáticas, numa lógica de articulação de aprendizagens e de racionalização do tempo;
- **Áreas de competências do Perfil dos Alunos [Coluna 4]** – Indica as áreas de competências definidas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* cujo desenvolvimento é promovido, de forma explícita, pelas ações estratégicas do professor que são indicadas.

Assim, este documento curricular estabelece uma ligação entre as aprendizagens matemáticas visadas, as indicações metodológicas e as áreas de competências, conhecimentos, capacidades e atitudes, definidas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*.

O professor encontra neste documento um recurso de trabalho que lhe permitirá delinear o seu ensino, que necessariamente terá de adequar aos contextos e às características das suas turmas. Reconhecer que aprender Matemática é um direito universal de todos os alunos implica desenvolver práticas que promovam a inclusão, querendo isto dizer que a diferenciação é uma ideia-chave a estar presente nas preocupações do professor relativamente ao quotidiano da sala de aula. Caberá ao professor promover a diferenciação pedagógica por diferentes estratégias. Poderá abordar de diversos modos um mesmo conceito matemático (por exemplo, recorrendo ao uso de diferentes tipos de representações); propor diversos níveis de desenvolvimento de uma mesma tarefa (por exemplo, desafiando alguns alunos a



resolver uma extensão da tarefa em exploração na aula); estabelecer conexões externas da Matemática com outras áreas, conquistando a mobilização para a Matemática de alunos que se sintam mais familiarizados ou confiantes nessas outras áreas.

## 2. Matemática no 3.º Ciclo

### Que conteúdos importam neste ciclo de escolaridade?

Nesta secção indicam-se os principais focos dos conteúdos de aprendizagem, organizados pelos diferentes temas, e faz-se referência à articulação vertical com o ciclo anterior.

### Capacidades matemáticas

No 3.º Ciclo, continua-se a trabalhar as seis capacidades matemáticas, alargando a sua abrangência e profundidade. Em particular, recorre-se à abstração e ao formalismo a níveis progressivamente mais elevados. Alargam-se as estratégias de resolução de problemas, valoriza-se o raciocínio indutivo e dedutivo, reforçando-se este último e acrescentando novas formas ao processo de justificação. Propõem-se ainda situações mais complexas para os alunos desenvolverem o seu pensamento computacional, nomeadamente desenvolvendo procedimentos passo a passo e refinando e otimizando as suas soluções. Promove-se o uso de múltiplas representações, com reforço das simbólicas, e a conversão entre elas, enriquecendo a comunicação matemática, e valoriza-se o estabelecimento de relações externas e internas da Matemática.

No 2.º Ciclo, os alunos trabalharam as seis capacidades matemáticas, usando estratégias de resolução de problemas, processos de raciocínio matemático, onde a justificação usa ainda representações sobretudo verbais, ativas, e icónicas, e com menor expressão as simbólicas. Os ambientes de programação são usados para resolver problemas simples, e as conexões, quer internas, quer externas, são consideradas em diversos objetivos dos objetivos e ações do professor.

### Números

Ao longo do 3.º Ciclo estende-se o sentido do número a conjuntos numéricos progressivamente mais complexos. São introduzidos progressivamente os conjuntos dos números inteiros, dos números racionais e dos números reais. A valorização do cálculo mental envolvendo progressivamente os números inteiros, os números racionais e os números reais e o saber lidar criticamente com estimativas e valores aproximados é mantida em estreita relação com as propriedades das operações, cabendo ao professor valorizar a utilização crítica da tecnologia. O formalismo e o recurso à simbologia associados aos números e às operações (incluindo operações com conjuntos) devem também ser progressivamente valorizados como elementos facilitadores da comunicação matemática e não como um fim em si mesmo.

No 2.º Ciclo, os alunos desenvolveram o sentido do número com números racionais não negativos e aprenderam a operar com estes números. O cálculo mental envolvendo números racionais não negativos em estreita relação com as propriedades das operações foi igualmente valorizado.

### Álgebra

Na sequência do trabalho desenvolvido nos ciclos anteriores, os alunos devem, durante este ciclo, fazer recurso à Álgebra de forma sistemática. O estabelecimento de relações algébricas entre quantidades desconhecidas, o expressar a generalidade por representações adequadas e usar o processo de modelar para descrever e fazer previsões, devem ser trabalhados com o objetivo de permitir determinar valores desconhecidos e como uma importante forma de representar relações entre grandezas ou quantidades do dia-a-dia. A compreensão da variação em situações diversas faz-se através do estudo de funções e de sucessões que deve privilegiar a complementaridade de abordagens por recorrência (associadas a procedimentos iterativos) e algébricas (essenciais em processos de generalização).

No 2.º Ciclo, os alunos desenvolveram o pensamento algébrico com recurso a representações simbólicas, nomeadamente, a escrita de expressões algébricas, no contexto de situações que procuram promover a atribuição de significado às letras, sejam variáveis ou parâmetros. Surgiu ainda a primeira abordagem à proporcionalidade direta, um contexto promotor da ideia de variação e do pensamento funcional.

### Dados e Probabilidades

Pretende-se que o estudo dos Dados crie oportunidades para que os alunos continuem a desenvolver uma sólida literacia estatística. Assim, procura-se que os alunos sejam capazes de usar dados para produzir informação para conhecer o que os rodeia, fundamentar decisões e colocar novas questões. Em cada ano devem ser trabalhadas todas as fases de um estudo estatístico, desde a identificação de questões com relevância, até à comunicação do trabalho desenvolvido, podendo este trabalho traduzir-se pelo desenvolvimento de um estudo estatístico ou pela análise de estudos, ou suas componentes, realizadas por outros e divulgados nos media. Devem ainda ser acrescentados elementos de complexidade crescente, ampliando as possibilidades de tratamento e representação dos dados trabalhados, enriquecendo o conjunto de representações gráficas disponíveis para os alunos. O desenvolvimento do raciocínio probabilístico dá seguimento ao trabalho iniciado nos ciclos anteriores e permite a formalização de duas definições de probabilidade, assentes em vertentes experimentais e teóricas.

No 2.º Ciclo, os alunos recolheram e trataram dados quantitativos contínuos, trabalharam a média e a classe modal, e ampliaram o conjunto de representações gráficas. Foi valorizado o desenvolvimento da literacia estatística através do desenvolvimento do sentido crítico dos alunos, e da interpretação e comunicação de resultados. A quantificação da probabilidade em relação com a frequência relativa foi igualmente trabalhada.

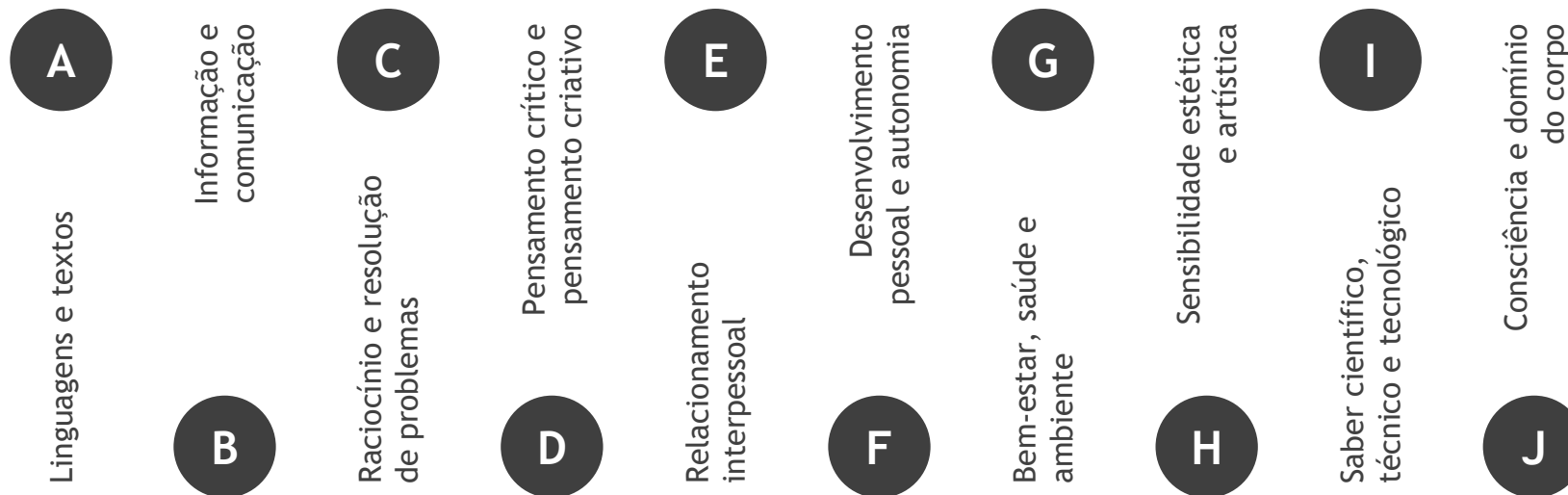
### Geometria

Neste ciclo pretende-se continuar a desenvolver o raciocínio espacial dos alunos, ampliando a sua compreensão do espaço e a sua capacidade de operarem com figuras no plano e no espaço. O estabelecimento de relações algébricas a partir do estudo de objetos

geométricos deve ser acompanhado pela experiência (onde a tecnologia desempenha um papel fundamental) reforçando a relação entre a Geometria e a Álgebra. O estudo das transformações geométricas ganha relevância e cria um contexto favorável para o aumento gradual e progressivo da abstração e do formalismo matemáticos adequados ao raciocínio e à comunicação matemáticos.

No tema Geometria e Medida, no 2.º Ciclo, os alunos trabalharam as propriedades dos polígonos, realizaram construções geométricas, nomeadamente de triângulos, e estudaram a classificação e congruência de triângulos. Foi ainda feito o estudo da área do triângulo, paralelogramo e círculo. No espaço, estudaram-se alguns sólidos e medidas dos seus volumes.

### ÁREAS DE COMPETÊNCIAS DO PERFIL DOS ALUNOS (ACPA)



## OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competência do Perfil dos Alunos
<p><b>CAPACIDADES MATEMÁTICAS</b></p> <p><b>Resolução de problemas</b></p> <p><b>Processo</b></p> <p><b>Estratégias</b></p>	<p>Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.</p> <p>Formular problemas a partir de uma situação dada, em contextos diversos (matemáticos e não matemáticos).</p> <p>Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia.</p>	<p>Solicitar, de forma sistemática, que os alunos percorram e reconheçam as diferentes etapas de resolução de um problema (interpretar o problema, selecionar e executar uma estratégia, e avaliar o resultado no contexto da situação problemática), incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática.</p> <p>Propor problemas com excesso de dados ou com dados insuficientes [Exemplo: A propósito da resolução de sistemas de duas equações a duas incógnitas, propor a análise de enunciados de problemas que resultem na formulação de apenas uma equação com duas incógnitas. Discutir a existência de soluções múltiplas e as implicações de acrescentar uma nova condição no contexto do problema].</p> <p>Solicitar a formulação de problemas a partir de uma situação dada, incentivando novas ideias individuais ou resultantes da interação com os outros.</p> <p>Acolher resoluções criativas propostas pelos alunos, valorizando o seu espírito de iniciativa e autonomia, e analisar, de forma sistemática, com toda a turma, a diversidade de resoluções relativas aos problemas resolvidos, de modo a proporcionar o conhecimento coletivo de estratégias que podem ser mobilizadas em outras situações: fazer uma simulação, começar do fim para o princípio, por tentativa e erro, começar por um problema mais simples, usar casos particulares, criar um diagrama.</p>	<p>C, D, E, F, I</p>

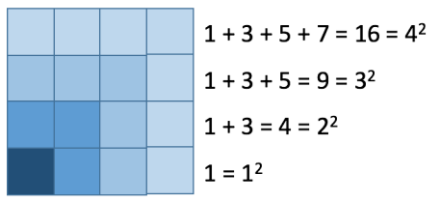
<p>Raciocínio matemático</p>	<p>Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.</p>	<p>Orquestrar discussões com toda a turma que envolvam não só a discussão das diferentes estratégias da resolução de problemas e representações usadas, mas também a comparação entre a sua eficácia, valorizando o espírito crítico dos alunos e promovendo a apresentação de argumentos e a tomada de posições fundamentadas e a capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.</p>	<p>A, C, D, E, F, I</p>
<p>Conjeturar e generalizar</p>	<p>Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.</p>	<p>Proporcionar o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos solicitando, de forma explícita, processos como conjeturar, generalizar e justificar [Exemplo:                  Considera a seguinte afirmação: “A expressão <math>n(n+1)+17</math>, com <math>n \in \mathbb{N}</math>, representa um número primo”. Escolha uma das seguintes opções, justificando-a:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verdadeiro</li> <li>• Falso</li> <li>• Algumas vezes verdadeiro].</li> </ul> <p>Apoiar os alunos na procura e reconhecimento de regularidades em objetos em estudo, proporcionando tempo suficiente de trabalho para que os alunos não desistam prematuramente, e valorizando a sua criatividade.</p>	
<p>Classificar</p>	<p>Classificar objetos atendendo às suas características.</p>	<p>Incentivar a identificação de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos agrupando-os com base em características matemáticas [Exemplo: Incentivar os alunos a estabelecer a relação entre os conjuntos numéricos <math>\mathbb{N}</math>, <math>\mathbb{Z}</math>, <math>\mathbb{Q}</math>, e <math>\mathbb{R}</math>].</p>	

<p><b>Justificar</b></p>	<p>Distinguir entre testar e validar uma conjectura.</p> <p>Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica.</p> <p>Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjectura/generalização.</p>	<p>Promover a comparação pelos alunos, a partir da análise das suas resoluções, entre testar e validar uma conjectura, destacando a diferença entre os dois processos, e desenvolvendo o seu sentido crítico.</p> <p>Favorecer, através da resolução de diversas tarefas, o conhecimento de diferentes formas de justificar, como seja, por coerência lógica, pelo uso de exemplos genéricos ou de contraexemplos, por exaustão e por redução ao absurdo. Após familiarização com estas diferentes formas, orquestrar uma discussão com toda a turma sobre as suas diferenças e sua adequação, promovendo o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Proporcionar a análise, a pares ou em grupo, de justificações feitas por outros, incentivando o fornecimento de <i>feedback</i> aos colegas, valorizando a aceitação de diferentes pontos de vista e promovendo a autorregulação pelos alunos.</p>	
<p><b>Pensamento computacional</b></p>			<p>C, D, E, F, I</p>
<p><b>Abstração</b></p>	<p>Extrair a informação essencial de um problema.</p>	<p>Criar oportunidades para que os alunos representem problemas de forma simplificada, concentrando-se na informação mais importante. Realçar processos relevantes e secundarizar detalhes e especificidades particulares.</p>	
<p><b>Decomposição</b></p>	<p>Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema.</p>	<p>Incentivar a identificação de elementos importantes e estabelecer ordens entre eles na execução de uma tarefa, criando oportunidades para os alunos decomponem a tarefa em partes mais simples, diminuindo desta forma a sua complexidade.</p>	
<p><b>Reconhecimento de padrões</b></p>	<p>Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes.</p>	<p>Incentivar a procura de semelhanças e a identificação de padrões comuns a outros problemas já resolvidos de modo a aplicar, a um problema em resolução, os processos que anteriormente se tenham revelado úteis. [Exemplo: Em qualquer equação da forma <math>ax^2+bx=0</math>, incentivar o reconhecimento de que as soluções são <math>x=0</math> e <math>x=-b/a</math>].</p>	

Algoritmia	Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema, nomeadamente recorrendo à tecnologia.	Promover o desenvolvimento de práticas que visem estruturar, passo a passo, o processo de resolução de um problema, incentivando os alunos a criarem algoritmos que possam descrever essas etapas, nomeadamente com recurso à tecnologia, promovendo a criatividade e valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão de todos. [Exemplo: Incentivar os alunos a escrever um algoritmo que permita verificar se um dado valor é termo de uma sequência dada].	
Depuração	Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução.	Incentivar os alunos a raciocinarem por si mesmos e a definirem estratégias de testagem e "depuração" (ou correção), quando algo não funciona da forma esperada ou planeada ou tem alguma imprecisão, com o intuito de encontrar erros e melhorarem as suas construções, incentivando a sua perseverança no trabalho em Matemática e promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança [Exemplo: Encontrar todos os poliedros regulares, garantindo que não falta nenhum e que não existem repetições entre os encontrados].	
Comunicação matemática			A, C, E, F
Expressão de ideias	Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	<p>Reconhecer e valorizar os alunos como agentes da comunicação matemática, usando expressões dos alunos e criando intencionalmente oportunidades para falarem, questionarem, esclarecerem os seus colegas, promovendo progressivamente a construção da sua autoconfiança.</p> <p>Criar oportunidades para aperfeiçoamento da comunicação escrita, propondo a construção, em colaboração, de frases que sistematizem o conhecimento matemático institucionalizado sobre ideias matemáticas relevantes, ou a produção de relatórios sobre investigações matemáticas realizadas.</p> <p>Colocar questões com diferentes propósitos, para incentivar a comunicação matemática pelos alunos: obter informação sobre o que aluno já sabe; apoiar o desenvolvimento do raciocínio do aluno, focando-o no que é relevante; encorajar a explicação e reflexão sobre raciocínios produzidos, favorecendo a autorregulação dos alunos [Exemplos: Questão para obter informação: Que informação tiras do gráfico?; Questão para apoiar o raciocínio: Porque é que é sempre mais 4?; Questão para encorajar a reflexão: O que existe de diferente entre estas duas resoluções?].</p>	

<p>Discussão de ideias</p>	<p>Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.</p>	<p>Incentivar a partilha e a discussão de ideias (conceitos e propriedades) e de processos matemáticos (resolver problemas, raciocinar, investigar, ...), oralmente, entre os alunos e entre o aluno e o professor, solicitando que fundamentem o que afirmam, valorizando a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas e capacidade de negociar e aceitar diferentes pontos de vista.</p>	<p>A, C, D, E, F, I</p>
<p>Representações matemáticas</p>	<p>Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas.  Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.</p>	<p>Adotar representações físicas diversas para simular situações matemáticas, especialmente com alunos mais novos, não só com recurso a materiais manipuláveis, mas também com a dramatização de processos durante a resolução de problemas.  Solicitar aos alunos que façam representações visuais (desenho, diagramas, esquemas...) para explicar aos outros a forma como pensam na resolução de um problema. Valorizar novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros e a consideração de uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos.  Orquestrar a discussão, com toda a turma, de diferentes resoluções de uma dada tarefa que mobilizem representações distintas, comparar coletivamente a sua eficácia e concluir sobre o papel que podem ter na resolução de tarefas com características semelhantes, valorizando uma diversidade de resoluções e representações que favoreçam a inclusão dos alunos e reconhecendo o seu espírito de iniciativa e autonomia [Exemplos: Valorizar o papel das tabelas, dos diagramas em árvore e dos diagramas de Venn, para fazer contagens e operações com acontecimentos no contexto das probabilidades].  Proporcionar recursos que agilizem a partilha das diferentes representações feitas pelos alunos na resolução das tarefas [Exemplo: Fornecer a cada grupo folhas A3 e canetas grossas de cor, para registar a resolução de um problema; fotografar a resolução de um grupo e partilhá-la digitalmente, projetada para toda a turma].</p>	
<p>Conexões entre representações</p>	<p>Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos</p>	<p>Promover a análise de diferentes representações sobre a mesma situação, considerando as representações verbal, visual, física, contextual e simbólica, e explicitar as relações entre elas, evidenciando o papel das conexões entre representações para promover a compreensão matemática [Exemplo: A representação visual da sequência dos números quadrados permite compreender porque resultam de adições dos números ímpares</p>	



	<p>matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia.</p>	<p>consecutivos, valorizando o sentido crítico dos alunos e o trabalho de alunos que ainda não revelem um nível suficiente de autoconfiança].</p>	
<p>Linguagem simbólica matemática</p>	<p>Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.</p>	<div data-bbox="1064 287 1489 486" style="text-align: center;">  </div> <p>Incentivar o uso progressivo de linguagem simbólica matemática e a compreensão da vantagem da sua utilização [Exemplo: O recurso à escrita na forma de intervalos de números reais como forma de representar conjuntos numéricos].</p> <p>Confrontar os alunos com descrições de uma mesma situação através de representações múltiplas e identificar as vantagens da linguagem simbólica [Exemplo: No estudo das funções, conduzir os alunos a reconhecer vantagens e limitações das diferentes representações (tabela, gráfico ou expressão algébrica)].</p>	<p>C, D, E, F, H, I</p>
<p>Conexões matemáticas</p>			
<p>Conexões internas</p>	<p>Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.</p>	<p>Explorar as conexões matemáticas em tarefas que façam uso de conhecimentos matemáticos de diferentes temas e explicitar essas relações de modo a que os alunos as reconheçam [Exemplo: Propor a resolução do problema “O comprimento de um retângulo foi aumentado 10% e a sua largura foi reduzida 10%. O que podes dizer sobre a área do novo retângulo quando a comparas com a do retângulo inicial? Justifica a tua resposta”, que permite valorizar a conexão entre a Geometria, os Números e a Álgebra. Possíveis extensões do problema, com a variação da percentagem e a determinação da relação entre as medidas das áreas em função da percentagem, permitirão também estabelecer outras conexões com a Álgebra. Para além disso, este problema permite desenvolver o raciocínio matemático, nomeadamente a justificação].</p>	
<p>Conexões externas</p>	<p>Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos</p>	<p>Mobilizar situações da vida dos alunos para serem alvo de estudo matemático na turma, ouvindo os seus interesses e ideias, e cruzando-as com outras áreas do saber, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos e reconhecendo</p>	

<p>Modelos matemáticos</p>	<p>(outras áreas do saber, realidade, profissões).</p> <p>Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.</p> <p>Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade.</p>	<p>a utilidade e o poder da Matemática na previsão e intervenção na realidade [Exemplo: Tirar partido da articulação horizontal explorando a possibilidade de trabalhar com docentes de outras áreas disciplinares para desenvolver atividades integradas, nomeadamente no domínio das STEAM].</p> <p>Convidar profissionais que usem a Matemática na sua profissão para que os alunos os possam entrevistar a esse propósito, promovendo a concretização do trabalho com sentido de responsabilidade e autonomia.</p> <p>Selecionar, em conjunto com os alunos, situações da realidade que permitam compreender melhor o mundo em redor [Exemplo: A exploração de contextos que impliquem a recolha e tratamento de dados com o objetivo de estabelecer um modelo matemático, como seja a variação da porção de vela queimada ao longo do tempo, proposta no estudo da função afim].</p> <p>Realizar visitas de estudo, reais ou virtuais, para observar a presença da Matemática no mundo que nos rodeia e sonhar com a sua transformação, reconhecendo o papel da Matemática na criação e construção da realidade, e incentivando novas ideias criativas individuais ou resultantes da interação com os outros [Exemplo: Convidar os alunos a identificar parábolas em jatos de água e em construções arquitetónicas, como as de Calatrava].</p>	
----------------------------	--	---	--

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p><b>NÚMEROS</b></p> <p><b>Números inteiros</b></p> <p>Significado de número inteiro</p> <p>Simétrico e valor absoluto de um número inteiro</p> <p>Adição e subtração</p>	<p>Reconhecer o que é um número inteiro, positivo ou negativo, e representá-lo na reta numérica.</p> <p>Reconhecer o valor absoluto de um número.</p> <p>Reconhecer o simétrico de um número negativo.</p> <p>Comparar e ordenar números inteiros.</p> <p>Reconhecer <math>\mathbb{Z}</math> como o conjunto dos números inteiros e a sua relação com o conjunto dos números naturais (<math>\mathbb{N}</math>).</p> <p>Adicionar números inteiros.</p> <p>Reconhecer a comutatividade e a associatividade da adição de números inteiros.</p> <p>Reconhecer a subtração de números naturais como uma adição de números inteiros.</p> <p>Reconhecer que a subtração não goza de</p>	<p>Solicitar aos alunos que refiram números inteiros negativos com os quais contactem em situações da sua vida real e discutir o seu significado.</p> <p>Introduzir a ideia de valor absoluto de um número como a distância entre o ponto que na reta numérica representa esse número e o ponto que representa o número zero.</p> <p>Promover o uso da representação na reta numérica (horizontal ou vertical) para definir simétrico de um número.</p> <p>Introduzir a adição de números inteiros a partir de situações da vida real familiares aos alunos.</p> <p>Promover o recurso à reta numérica para, numa fase inicial, calcular o resultado da adição de números inteiros.</p> <p>Conduzir ao reconhecimento de que a subtração de números naturais corresponde à adição com o simétrico do subtrativo e usar esta propriedade para definir a subtração de dois números inteiros.</p> <p>Proporcionar situações que conduzam à constatação de que as propriedades comutativa e associativa da adição não são extensíveis à subtração.</p>	<p>C, D, E, F, I</p>

Expressões  
numéricas

comutatividade e a associatividade

Adicionar e subtrair números inteiros em diversos contextos, fazendo uso das propriedades das operações.

Escrever, simplificar e calcular expressões numéricas que envolvam parênteses.

Imaginar e descrever uma situação que possa ser traduzida por uma expressão numérica dada.

Decidir sobre o método mais eficiente de efetuar um cálculo.

Resolver problemas que envolvam números inteiros negativos, em diversos contextos.

Conjeturar, generalizar e justificar relações entre números inteiros.

Comunicar matematicamente, descrevendo a forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, envolvendo números inteiros.

Providenciar a exploração, individual ou a pares, de expressões numéricas que evidenciem o papel dos parênteses no cálculo do seu valor, com e sem recurso à calculadora [Exemplo: Será que o valor das expressões  $4 - (3 + 7)$  e  $4 - 3 + 7$  é igual? Justifica].

Providenciar a exploração de expressões numéricas que evidenciem a diferença entre o valor posicional e o operacional do sinal “-” no cálculo do seu valor, com e sem recurso à calculadora.

Solicitar a determinação do valor exato de expressões numéricas simples que envolvam parênteses e valores negativos, através de cálculo mental, e pedir a explicação da estratégia usada. Propor a aos alunos que comparem e ajuízem a adequação das estratégias usadas por si e pelos colegas, promovendo o sentido crítico e capacidade de autorregulação [Exemplo:  $-10 + 2 + 9 + 7 - 6 = (-10 + 2) + 9 + (7 - 6) = -8 + 9 + 1 = 2$

ou  $-10 + 2 + 9 + 7 - 6 = (-10 + 9) + (7 - 6) + 2 = 2$   
ou  $-10 + 2 + 9 + 7 - 6 = (-10 + 7) + (9 - 6) + 2 = 2$ ].

Pedir a determinação do sinal de uma expressão numérica, sem determinação do seu valor exato, com recurso ao cálculo mental, e solicitar a explicação da estratégia seguida.

Propor jogos numéricos que recorram à adição e subtração de números inteiros.

Propor a resolução de problemas simples contextualizados em situações da vida real, nomeadamente envolvendo temperaturas, elevadores e dinheiro, aplicando e adaptando estratégias diversas nomeadamente com recurso à tecnologia [Exemplo A: O Luís foi ao bar para comprar uma sandes no valor de 65 cêntimos, mas o pagamento foi recusado. Surpreendido, o Luís consultou os movimentos associados ao seu cartão na última semana e obteve o

		<p>seguinte registo (em cêntimos): <math>135 + (-65) + 300 + (-210) + (-65) + (-50)</math>. Ajuda o Luís a compreender porque não lhe aceitaram o pagamento. Exemplo B: Seis pessoas entraram num elevador com capacidade máxima de 6 pessoas ou 420kg. De forma a saber se o limite de peso* era ultrapassado, calcularam mentalmente a soma dos pesos (em kg) de cada uma delas (52, 67, 58, 82, 90 e 69), atribuindo sinal negativo aos pesos acima de <math>420/6</math> e positivo aos pesos abaixo de <math>420/6</math>. Por que razão escolheram <math>420/6</math> como valor de referência? Que sinal tem de ter essa soma para que nenhuma das pessoas tenha de sair do elevador? Como farias tu esse cálculo?].</p> <p>*Nota: O termo peso é usado em situações do dia-a-dia para designar a massa.</p> <p>Propor situações em que os alunos, em grupo, sejam incentivados a conjecturar, generalizar e justificar relações entre números inteiros [Exemplo A: É possível escrever qualquer número inteiro como soma de números inteiros consecutivos. Exemplo B: Nenhum número par é soma de números inteiros consecutivos].</p>	
<p><b>Números Racionais</b></p>			<p>C, E, I</p>
<p>Significado de número racional</p>	<p>Reconhecer o que é um número racional, positivo ou negativo.</p> <p>Identificar números racionais negativos em diversos contextos.</p> <p>Reconhecer <math>\mathbb{Q}</math> como o conjunto dos números racionais.</p>	<p>Solicitar aos alunos que refiram números racionais, positivos e negativos, com os quais contactem em situações da sua vida real e discutir o seu significado.</p> <p>Conduzir ao reconhecimento de que o conjunto dos números inteiros (<math>\mathbb{Z}</math>) é um subconjunto dos números racionais (<math>\mathbb{Q}</math>).</p>	
<p>Representação e ordenação</p>	<p>Identificar em contexto números racionais negativos.</p> <p>Representar números racionais na reta numérica.</p>	<p>Solicitar a representação de números racionais na reta numérica, promovendo a sua compreensão. Realçar a vantagem de ter os números racionais, quando não na forma decimal, escritos como soma de (ou diferença entre) um número inteiro e uma fração própria.</p>	

Adição e subtração	<p>Comparar e ordenar números racionais.</p> <p>Adicionar e subtrair números racionais (cálculo mental e algoritmo) em diversos contextos.</p> <p>Reconhecer as propriedades da adição de números racionais e aplicá-las quando for relevante para a simplificação dos cálculos.</p> <p>Resolver problemas que envolvam adição e subtração de números racionais, em diversos contextos.</p>	<p>Promover a comparação e a ordenação de números racionais representados nas formas decimal e fracionária, com e sem recurso à reta numérica.</p> <p>Propor situações que levem os alunos a adicionar e subtrair números racionais, bem como multiplicar e dividir com números racionais não negativos, incluindo cálculos usando valores arredondados ou estimados.</p> <p>Propor a simplificação de expressões numéricas ou a completção de igualdades numéricas de forma a promover a compreensão e a vantagem da aplicação das propriedades da adição em <math>\mathbb{Q}</math>.</p>
Cálculo mental	<p>Compreender e usar com fluência estratégias de cálculo mental para a adição e subtração de números racionais, mobilizando as propriedades das operações.</p>	<p>Desafiar os alunos a realizar a adição e subtração de números inteiros, valorizando as propriedades da adição, nomeadamente pela sua aplicação no cálculo mental com apoio em registos escritos [Exemplos: <math>23 - 16 + 37 - 4 = 23 + 37 - (16 + 4) = 60 - 20 = 40</math>; <math>-\frac{21}{2} + \frac{14}{4} = -10 - \frac{1}{2} + 3 + \frac{2}{4} = -10 + 3 - \frac{1}{2} + \frac{2}{4} = -7</math>].</p>
Porcentagem	<p>Resolver problemas que envolvam percentagens no contexto do quotidiano dos alunos.</p> <p>Calcular percentagens a partir do todo, e vice-versa.</p> <p>Apresentar e explicar ideias e processos envolvendo percentagens.</p>	<p>Propor a resolução de problemas a pares que envolvam percentagens em contextos da vida real [Exemplo: “A Joana experimentou o <i>skate</i> da prima e gostou muito. Decidiu, então, comprar um para si. Pediu aos pais uma mesada para poupar dinheiro com este objetivo. Os pais concordaram e apresentaram-lhe duas hipóteses: No primeiro mês receberia 1 euro e daí em diante receberia um aumento de 20% relativamente ao mês anterior ou, em alternativa, receberia 3 euros no primeiro mês e um aumento fixo de 50 cêntimos todos os meses. Ajuda a Joana a decidir qual das alternativas apresenta mais vantagens”. Esta tarefa deve ser resolvida com recurso à folha de cálculo].</p> <p>Sensibilizar os alunos para a existência de diferentes estratégias de cálculo e para a pertinência da seleção da mais eficaz em cada caso [Exemplo A: Numa situação que envolva um desconto de 7%,</p>

<p>Notação científica</p>	<p>Representar e comparar números racionais positivos em notação científica (com potência de base 10 e expoente inteiro positivo).</p> <p>Reconhecer e utilizar números representados em notação científica, com recurso à tecnologia.</p> <p>Operar com números em notação científica em casos simples (percentagens, dobro, triplo, metade).</p>	<p>determinar o valor do desconto ou valor do preço a pagar, identificando cada uma destas situações com o cálculo de 7% e 93%, respetivamente. Exemplo B: Propor aos alunos a pesquisa de notícias relativas a áreas ardidas em incêndios florestais (expressas em hectares). Comparar com a área do seu concelho ou distrito e exprimir a comparação na forma de percentagem. Explorar situações de percentagens superiores a 100%].</p> <p>Promover a identificação de grandezas expressas em notação científica estudadas em Físico-Química, possivelmente em trabalho coordenado com o docente dessa disciplina [Exemplo: Relacionar os períodos de translação dos planetas com a distância ao Sol].</p> <p>Interpretar a representação de números em notação científica em diferentes tipos de tecnologia (calculadoras, Internet) para a compreensão do significado de notação utilizada.</p>	
---------------------------	--	--	--

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p><b>ÁLGEBRA</b></p> <p>Regularidades, sequências e sucessões</p> <p>Lei de formação de uma sequência ou sucessão</p>	<p>Reconhecer regularidades em sequências ou sucessões de números racionais e determinar uma lei de formação, expressando-a em linguagem natural ou simbólica.</p> <p>Determinar termos de uma sequência ou sucessão de ordens variadas, inferior ou superior aos dos termos apresentados, quando conhecida sua a lei de formação.</p> <p>Comparar, interpretar e estabelecer conexões entre representações múltiplas de uma sequência ou sucessão.</p>	<p>Propor situações com recurso a <i>applets</i> que proporcionem oportunidades de formular conjeturas ou generalizações e validá-las, recorrendo a experiências de visualização e manipulação [Exemplo: Usar uma aplicação que gera termos de uma sequência pictórica a partir de uma construção inicial, como seja DUDAMATH].</p> <p>Incentivar o recurso a textos, esquemas, tabelas e expressões algébricas para descrever leis de formação de sequências ou sucessões, promovendo a perseverança na atividade matemática.</p> <p>Promover a exploração de sequências ou sucessões numéricas, nomeadamente as que envolvam números negativos, para concluir sobre a relação entre termos (consecutivos) ou sobre a relação ordem-termo, com vista a determinar uma lei de formação da sequência e, caso se adeque, prolongá-la de acordo com a lei de formação encontrada.</p> <p>Promover a comparação de resoluções e a descrição de raciocínios subjacentes, e, eventualmente, evidenciar como expressões algébricas, ainda que equivalentes, podem refletir estratégias de resolução diferentes. Durante a apresentação à turma, incentivar a argumentação, proporcionando, sempre que possível, <i>feedback</i> valorativo das ideias e estratégias dos alunos [Exemplo: Descrever a lei de formação ou o termo geral do número de quadrados de cada termo da sequência seguinte.</p>	<p>A, F, I</p>



## Expressões algébricas e equações

## Significado de equação

Reconhecer equações e distinguir entre termos com incógnita e termos independentes.

Traduzir situações em contextos matemáticos e não matemáticos por meio de uma equação do 1.º grau e vice-versa.

Apresentar e explicar ideias e processos envolvendo equações do 1.º grau a uma incógnita.



Durante a discussão, explorar diferentes formas de representar a lei de formação, como sejam  $2n+2$  (número de colunas com 2 quadrados, igual à ordem do termo, a que se acrescenta 1 quadrado de cada lado) ou  $n+2+n$  (relacionando o número de quadrados em cada linha com a ordem do termo), e verificar que  $2n+2=n+2+n$ .

Estimular o recurso à folha de cálculo para calcular termos e ordens de sequências numéricas ou, em alternativa, propor o recurso a ambientes de programação visual [Exemplo: *Scratch*] para criar, a pares, programas simples que permitam gerar termos de uma sequência, a partir da sua lei de formação, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional.

Apresentar um conjunto de números, uma ou mais equações e solicitar que averiguem algebricamente se algum dos números é sua solução.

Solicitar que identifiquem a solução de uma equação entre vários valores dados, justificando através de relações numéricas ou propriedades, sem recorrer ao cálculo [Exemplo: Identificar a solução da equação  $28x = 2^6$  entre os números 3, 6, 16/7, 7/16].

Promover a discussão sobre a existência de soluções de equações simples de 1º grau a uma incógnita, sem recorrer ao cálculo, permitindo distinguir entre equação impossível, possível e indeterminada, possível e determinada, e incentivando os alunos a descrever a sua forma de pensar acerca das ideias e processos matemáticos usados e a ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos [Exemplos:  $x + 2 = x + 1$ ,  $x + 2 = x + 2$ ,  $x - 2 = 0$ ].

B, C, D, E, I

### Resolução de equações do 1.º grau a uma incógnita

Resolver equações do 1.º grau a uma incógnita (sem parênteses e denominadores).

Justificar a equivalência de duas equações.

Resolver problemas que envolvam equações do 1.º grau a uma incógnita, nomeadamente do quotidiano dos alunos, analisando a adequação da solução obtida no contexto do problema.

Resolver equações fazendo uso das operações inversas das operações presentes na equação. [Exemplo: A equação  $2x - 3 = 4$  exprime a seguinte transformação de  $x$

$$x \xrightarrow[\times 2]{-3} 2x - 3 \rightarrow 4$$

Para obter o valor de  $x$  aplicamos a 4 a transformação inversa

$$\frac{7}{2} \xleftarrow[\div 2]{+3} 7 \leftarrow 4$$

e concluímos que  $x = \frac{7}{2}$ ].

Estabelecer a correspondência entre a inversão de transformações e as equivalências de equações; assegurar a compreensão dos princípios de equivalência usados na resolução de equações [Exemplos:  $2x - 3 = 4 \Leftrightarrow 2x + (-3) + 3 = 4 + 3 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2x = 7 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}].$$

Propor a resolução numérica de equações, a pares, recorrendo à folha de cálculo, para resolver problemas em que a solução seja um número inteiro, valorizando o processo de tradução do contexto e da relação entre as variáveis por meio de uma expressão algébrica, valorizando a criatividade dos alunos. Incentivar a representação das variáveis com letras associadas ao contexto que representam.

Propor a resolução de equações sem solução (ou com uma infinidade de soluções) que levem os alunos, a pares ou em grupo, a identificar equações que não têm uma solução única, promovendo a apresentação de argumentos e tomada de posições fundamentadas e o trabalho em equipa.

<p><b>Funções</b></p>			<p>A, B, E, F, H, I</p>
<p>Significado de função</p>	<p>Interpretar uma função como uma correspondência unívoca de um conjunto num outro.</p>	<p>Promover discussões sobre o melhor tipo de representação da variação de uma quantidade ou grandeza em função de outra.</p>	
<p>Representações de funções</p>	<p>Reconhecer diferentes representações de uma função.</p> <p>Modelar situações em contextos matemáticos e da vida real, usando funções.</p> <p>Descrever uma situação envolvendo a relação entre duas variáveis que esteja representada num gráfico dado.</p> <p>Reconhecer a presença de funções em situações estudadas noutras disciplinas e caracterizá-las estabelecendo conexões matemáticas com outras áreas do saber.</p> <p>Descrever uma situação concreta de relação entre duas variáveis, a partir de um gráfico dado que a represente, apresentando e explicando ideias e raciocínios.</p>	<p>Familiarizar os alunos com os significados de objeto, imagem, domínio, contradomínio, conjunto de chegada, recorrendo à representação de conjuntos e simbologia associada.</p> <p>Proporcionar a análise da variação de duas variáveis ou parâmetros, recorrendo à representação em tabelas ou usando folha de cálculo, de forma a caracterizar uma possível relação entre elas [Exemplos: Número de cromos a comprar e o preço a pagar; número de carteiras de cromos que se recebe em função do preço pago pelas compras no supermercado; comprimento de lados correspondentes em figuras semelhantes].</p> <p>Propor a representação gráfica de funções, a partir de tabelas, e considerar a pertinência de fazer a extensão a gráficos de variação contínua (linhas) ou de variação discreta (pontos) [Exemplo: Para a variação contínua os exemplos devem ser escolhidos de modo a que o reconhecimento da variável contínua seja natural, como acontece quando a variável é o tempo].</p> <p>Fomentar discussões e apresentações orais e escritas que conduzam os alunos a atribuir significado à representação gráfica no contexto da situação descrita pela função, evidenciando a importância da Matemática para a compreensão de situações em diversos contextos e promovendo a construção progressiva da autoconfiança dos alunos [Exemplo: Identificar características das formas de um recipiente pela análise do seu gráfico de enchimento].</p>	
<p>Função de proporcionalidade direta</p>	<p>Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta.</p> <p>Expressar relações de proporcionalidade direta como funções.</p>	<p>Incentivar a exploração e a apresentação individual de situações da vida real que traduzam uma proporcionalidade direta e relacioná-la com o conceito de função [Exemplo: Relação entre as quantidades dos ingredientes de uma mesma receita de um bolo para 4, 6 ou mais pessoas].</p>	

	<p>Representar uma função de proporcionalidade direta através de gráfico ou tabela, quando definida através de expressão algébrica e indicação de domínio, e vice-versa, transitando de forma fluente entre diferentes representações.</p> <p>Reconhecer a presença de funções de proporcionalidade direta em situações, estudadas noutras disciplinas, estabelecendo conexões matemáticas entre temas matemáticos e com outras áreas do saber.</p>	<p>Propor a análise de tabelas e gráficos de funções estudadas noutras disciplinas, sejam de proporcionalidade direta ou não [Exemplos: Físico-Química, Ciências Naturais, Geografia], levando os alunos a identificar os conceitos matemáticos envolvidos, eventualmente em situações de parceria com os professores dessas disciplinas.</p> <p>Conduzir os alunos à identificação de outras situações estudadas como relações de proporcionalidade direta, nomeadamente a relação entre comprimentos em figuras semelhantes.</p> <p>Solicitar a conversão entre diferentes representações de uma função de proporcionalidade direta.</p> <p>Apresentar vários gráficos de funções e solicitar a identificação dos gráficos de funções de proporcionalidade direta.</p>	
--	---	--	--

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p><b>DADOS</b></p> <p>Questões estatísticas, recolha e organização de dados</p> <p>Questões estatísticas</p>	<p>Formular questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas.</p>	<p>Suscitar questionamentos por parte dos alunos que façam emergir questões estatísticas sobre variáveis qualitativas e quantitativas. Discutir a adequabilidade das questões a estudar de modo a que seja possível obter informação sobre o que se quer saber, promovendo o reconhecimento da utilidade e poder da matemática para a compreensão da realidade [Exemplos: “O que é que queres saber? Que dados deves recolher para dar resposta a essa questão?”].</p> <p>Valorizar questões sobre temas que vão ao encontro dos interesses dos alunos, das suas vivências, do conhecimento de si próprios, da turma e da escola ou que possam ser integrados com domínios de saber do currículo do 7.º ano, nomeadamente estabelecendo conexões com questões ambientais e o bem-estar, e também inspirar a curiosidade e incitar à descoberta [Exemplo: A turma gostaria de tornar pedonal uma rua ao lado da sua escola. Os alunos escolhem duas semanas “ao acaso” e registam (de segunda a sexta-feira) duas características: 1. O número de veículos que passam, em cada dia da semana, nessa rua, num período de tempo a definir; 2. Se são carros ou motorizadas]. No caso de se optar por um estudo que envolva outra(s) disciplina(s), poder-se-á considerar um trabalho de projeto.</p> <p>Favorecer que diferentes grupos se dediquem a diferentes questões que se complementem e desenvolvam as anteriores para a produção de conclusões sobre o assunto a estudar, incentivando a colaboração entre os alunos [Exemplo: Ainda sobre o exemplo</p>	<p>A, B, C, D, E, F</p>

<p>Classificação de variáveis</p>	<p>Classificar as variáveis quanto à sua natureza: qualitativas (nominais <i>versus</i> ordinais) e quantitativas (discretas <i>versus</i> contínuas).</p>	<p>apresentado, fazer notar que para se poder tomar decisões informadas é importante saber, para além de quantos veículos passam na rua, o tipo de veículos (característica qualitativa) - entre os carros considerar, por exemplo, carros de bombeiros, ambulâncias, outros. Documentar não só o número e o tipo de veículos, mas também em que dias da semana passam mais veículos e de que tipo].</p> <p>Antecipar dificuldades de tratamento dos dados a recolher decorrentes de um grau de precisão pouco adequado, desenvolvendo o espírito crítico dos alunos [Exemplo: Para estudar o tempo despendido no percurso de casa a escola, deve ser solicitada uma resposta em minutos].</p> <p>Propor a análise de exemplos de variáveis com o objetivo da classificação quanto à sua natureza.</p>	
<p>População e amostra</p>	<p>Distinguir população de amostra.</p> <p>Identificar a população sobre a qual pretende recolher dados e em que circunstâncias se recorre a uma amostra.</p> <p>Planificar a seleção da amostra, relativamente à qual serão recolhidos os dados, acautelando a sua representatividade.</p>	<p>Sensibilizar para a diferença entre estudar toda a população e sobre a existência de alguma incerteza nas conclusões formuladas sobre a população quando se trabalha com uma amostra, desenvolvendo o raciocínio indutivo, o sentido crítico dos alunos e valorizando a importância da Matemática para a compreensão de situações da realidade [Exemplo: Censos <i>versus</i> sondagens sobre uma eleição e os resultados finais nessa eleição].</p> <p>Discutir com toda a turma sobre o entendimento de população e de amostra, identificando as situações em que se deve recorrer a uma amostra, nomeadamente por impossibilidade (controle de qualidade, populações infinitas) ou por custo elevado para trabalhar com toda a população (populações com grandes dimensões), desenvolvendo o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Favorecer o desenvolvimento do sentido crítico face a amostras enviesadas, que não sejam representativas da população [Exemplo: Os alunos da turma em relação ao conjunto dos alunos de todas as turmas do mesmo ano da escola e em relação ao total dos alunos do</p>	

### Fontes e métodos de recolha de dados

Definir quais os dados a recolher, seleccionar a fonte e o método de recolha dos dados, e proceder à sua recolha e limpeza.

Recolher dados através de um método de recolha, nomeadamente recorrendo a sítios credíveis na Internet.

agrupamento; identificar possíveis características em que o grupo de alunos da turma possa ser uma amostra representativa ou não].

Apoiar os alunos na procura de soluções adequadas para uma recolha de dados, no que diz respeito ao processo de obter os dados.

Avaliar eventuais consequências de optar por auto-respostas ou por respostas públicas ou privadas para obter dados, analisando a possibilidade de se obterem respostas não fidedignas no caso de respostas públicas (é possível obter respostas por simpatia, alteradas por vergonha ou para evitar exposição, por exemplo), promovendo o sentido crítico dos alunos.

Valorizar propostas idiossincráticas imaginadas por alunos para recolha de dados, e discutir com toda a turma a sua adequação e eficácia, valorizando o espírito de iniciativa e autonomia.

Solicitar a recolha de dados com recurso umas vezes a fontes primárias e outras a fontes secundárias. [Exemplos: Pordata, INE, ALEA].

Observar o conjunto de dados recolhidos e ordenados e verificar se existem dados inesperados. Em caso afirmativo, interrogar sobre a sua plausibilidade ou verificar se se trata claramente de uma gralha [Exemplo: Sabe-se, a partir de diversos estudos, que o excesso de exposição aos ecrãs acarreta diversos riscos para a saúde, para além de afetar o desenvolvimento psicossocial. Deste modo, foi feita uma sondagem junto de jovens portugueses, entre os 12 e os 16 anos, sobre quantas horas diárias passam frente a um ecrã (televisor, telemóvel, *tablet*, computador ou outro dispositivo). Eis algumas das respostas: 6, 8, 4, 12, 5, 3, 7, 10, 8, 30, 9. Com base nestas respostas, identificar o mínimo e o máximo de horas que estes 11 jovens passam diariamente frente a um ecrã]. Como o dado 30 é uma gralha deve ser eliminado.

### Agrupamento de dados discretos em classes

Identificar em que casos é necessário proceder ao agrupamento de dados discretos em classes.

Construir classes de igual amplitude, para agrupar dados discretos que possuam uma grande variabilidade.

### Organização de dados (Tabela de frequências com dados discretos agrupados em classes)

Usar tabelas de frequências para organizar os dados em classes (incluindo título na tabela).

Promover a análise de situações que envolvam dados discretos e identificar casos em que haja necessidade de proceder ao seu agrupamento em classes de modo a que seja possível retirar informação sobre a distribuição dos dados [Exemplo:

Número de publicações de cada aluno numa rede social

Classes	Frequências absolutas
0 a <200	7
200 a <400	10
400 a <600	3
600 a <800	1
800 a 1000	1

Fonte própria].

Levar os alunos a criar formas próprias de registo de dados, incluindo diversos recursos e representações, incentivando a tomada de decisões fundamentadas por argumentos próprios. Discutir com toda a turma a sua adequação, e confirmar que conduzem às mesmas interpretações e incentivando o sentido crítico dos alunos.

Promover a elaboração de tabelas de frequências para dados discretos agrupados em classes e compará-las com as tabelas construídas anteriormente relativas a dados discretos não agrupados em classes.

Promover a discussão de que quando o(s) valor(es) atípico(s) não são considerados galhas, podem ter impactos significativos no estudo e observar que, por vezes, são os principais achados de um estudo.



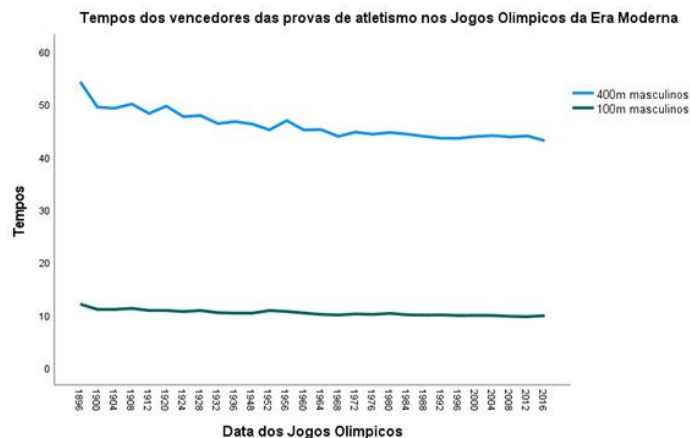
**Representações gráficas**

**Gráfico de linhas**

Representar dados bivariados, em que uma das variáveis é o tempo, através de gráficos de linhas, incluindo fonte, título e legenda.

Propor situações que incentivem à construção e análise de gráficos de linhas [Exemplo: Recolher a partir do Pordata dados relativos a duas variáveis, como seja o número de árbitros na modalidade de natação e o número de praticantes dessa modalidade ao longo dos últimos 10 anos; representar esses dados num gráfico de linhas; comparar a evolução nos dois conjuntos de dados; e procurar hipóteses explicativas sobre essa evolução].

Sensibilizar os alunos para a necessidade de usar a mesma escala e que as variáveis representadas devem ter uma variabilidade com magnitudes comparáveis [Exemplo:



Fonte: Comité Olímpico Internacional].

**Gráfico de barras sobrepostas**

Representar dois conjuntos de dados relativos a uma dada característica, através de gráficos de barras sobrepostas, incluindo fonte, título e legenda.

Propor a exploração de gráficos de barras em que a sobreposição de barras faça sentido e permita uma comparação de dados, bem como a sua representação com recurso à folha de cálculo [Exemplo: Representar graficamente a frequência relativa do número do calçado dos alunos de duas turmas].

A, B, C, D, E, F, I

**Análise crítica de gráficos**

Decidir sobre qual(is) a(s) representação(ões) gráfica(s) a adotar para representar conjuntos de dados, incluindo fonte, título, legenda e escalas e justificar a(s) escolha(s) feita(s).

Analisar e comparar diferentes representações gráficas provenientes de fontes secundárias, discutir a sua adequabilidade e concluir criticamente sobre eventuais efeitos de manipulações gráficas, desenvolvendo a literacia estatística.

**Análise de dados****Resumo de dados (Mediana e Amplitude)**

Reconhecer a amplitude de um conjunto de dados quantitativos como uma medida de dispersão e calculá-la.

Identificar a diferença entre medidas que fornecem informação em termos de localização (central) e medidas que fornecem informação em termos de dispersão.

Reconhecer e usar a mediana como uma medida de localização do centro da distribuição dos dados e determiná-la.

Propor aos alunos que apresentem uma representação gráfica apropriada à natureza das variáveis, à informação contida nos dados e ao que se pretende transmitir, incluindo as trabalhadas nos ciclos anteriores, incentivando o sentido crítico dos alunos.

Promover a seleção da(s) representação(ões) gráfica(s) a usar no estudo estatístico.

Incentivar a pesquisa de representações gráficas em jornais, revistas ou outras publicações e seleção de exemplos que os alunos considerem interessantes para discussão com toda a turma, encorajando, para exploração matemática, ideias propostas pelos alunos.

Propor a análise de gráficos selecionados que contenham manipulações e incentivar a sua identificação e os efeitos obtidos, promovendo o seu sentido crítico.

Conduzir à interpretação da variação da amplitude em função do contexto em que os dados foram recolhidos. [Exemplo: Prever as diferenças entre as amplitudes das idades dos alunos de uma turma do 7.º ano, do 12.º ano, ou de toda a escola].

Promover a análise de exemplos em que a amplitude possa traduzir uma informação pouco adequada da dispersão dos dados, nomeadamente pela presença de valores atípicos ou a concentração grande em torno da média. [Exemplo: Comparar dois conjuntos de dados, de classificações de testes de duas turmas com igual amplitude, em que uma é muito heterogénea e na outra a maior parte dos alunos tem um aproveitamento regular].

Incentivar a determinação da mediana recorrendo a diferentes formas de organização de dados, promovendo a compreensão da necessidade de organização dos dados.

A, C, D, E, F

Interpretação e conclusão

Reconhecer a diferença entre as medidas resumo obtidas através de dados não agrupados e agrupados em classes.

Analisar criticamente qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriadas para resumir os dados, em função da sua natureza.

Ler, interpretar e discutir distribuições de dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes, ouvindo os outros, discutindo, contrapondo argumentos, de forma fundamentada.

Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões suscitadas pelas conclusões obtidas, a perseguir em eventuais futuros estudos.

Comunicação e divulgação do estudo

Público-alvo e recursos para a divulgação do estudo

Decidir a quem divulgar o estudo realizado e elaborar diferentes recursos de comunicação de modo a divulgá-lo de forma rigorosa, eficaz e não enganadora.

Divulgar o estudo, contando a história que está por detrás dos dados e levantando questões emergentes para estudos futuros.

Promover a discussão sobre as escolhas relativas à organização, à representação e às medidas resumo dos dados em função da natureza e objetivo do estudo.

A partir da análise das representações gráficas, identificar eventuais valores atípicos, ou que se afastam do padrão geral dos dados e interpretar a sua influência em algumas medidas resumo [Exemplo: Analisar a representação gráfica das idades das pessoas presentes na sala de aula de Matemática, identificando a idade do professor como um valor atípico e verificar o seu impacto em cada uma das medidas resumo].

Estabelecer nos alunos a ideia de que uma análise de dados nunca está completa se tudo o que foi realizado anteriormente não for interpretado e discutido [Exemplo: No exemplo da construção da rua pedonal, pode não ser possível tornar a rua definitivamente uma rua pedonal mas pode concluir-se que esta pode ser pedonal só ao fim-de-semana, caso se tenha recolhido informação suficiente que suporte essa decisão].

Apoiar os alunos na formulação de novas questões que as conclusões do estudo possam suscitar.

Apoiar e acompanhar o desenvolvimento, em grupo, do estudo estatístico, nomeadamente a sua divulgação, reservando momentos de trabalho na sala de aula para este fim.

Promover a discussão com toda a turma sobre a quem divulgar as conclusões e novas questões que emergem do estudo, incentivando a curiosidade.

Dar autonomia aos alunos para escolherem o modo de comunicação/divulgação dos seus resultados apoiando-os na preparação dessa comunicação que incluirá a realização de um

A, B, E, F, H, I

<p>Análise crítica da comunicação</p> <p>Probabilidades</p> <p>Probabilidade de acontecimentos compostos</p>	<p>Analisar criticamente a comunicação de estudos estatísticos realizados nos media, desenvolvendo a literacia estatística.</p> <p>Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento constituído por mais de um resultado é igual à soma das probabilidades dos acontecimentos constituídos pelos resultados que o compõem.</p>	<p>documento de apoio [Exemplos: Escrita de um relatório, elaboração de um poster, criação de um infográfico].</p> <p>Sensibilizar para aspetos centrais, como a relevância da informação selecionada, promovendo a discussão coletiva sobre os elementos indispensáveis a considerar na comunicação, ouvindo as ideias dos alunos e valorizando o espírito de síntese e o rigor para uma boa comunicação.</p> <p>Promover a divulgação, em grupo, destes trabalhos, a acontecer na sala de aula ou alargando a outros espaços da escola/agrupamento ou outros contextos, incentivando o gosto e autoconfiança na atividade matemática e promovendo a capacidade de trabalhar em equipa.</p> <p>Propor a análise, em grupo, de notícias relativas a estudos estatísticos acessíveis que surjam nos media, incentivando a autonomia dos alunos, e suscitar a discussão da história que contam, a identificação de elementos omissos, o levantamento do que deixam por contar.</p> <p>Compreender modelos de probabilidades fornecidos pelo professor [Exemplo: Modelo de probabilidades para o lançamento de um dado].</p> <table border="1" data-bbox="1155 1054 1668 1118"> <tr> <td>Face</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Prob.</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> </tr> </table> <p>A partir das organizações fornecidas, solicitar o cálculo da probabilidade de acontecimentos constituídos por mais de um resultado [Exemplo: Partindo do exemplo anterior, utilizar a respetiva tabela para calcular a probabilidade do acontecimento “sair face par”]:</p>	Face	1	2	3	4	5	6	Prob.	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	<p>D, E</p>
Face	1	2	3	4	5	6											
Prob.	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6											

	<p><math>P(\text{“sair face par”}) = P(\text{“sair face 2” ou “sair face 4” ou “sair face 6”}) = P(2)+P(4)+P(6) = 3/6 = 1/2</math>. Promover uma discussão coletiva a partir das respostas de pares de alunos].</p>	
--	---	--

Nota: O termo acontecimento é aqui usado de forma informal sendo a sua formalização feita no 8.º ano.

TEMAS, Tópicos e Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos
<p><b>GEOMETRIA</b></p> <p><b>Figuras planas</b></p> <p>Ângulos internos e externos de um polígono convexo</p> <p>Soma das amplitudes dos ângulos internos e soma das amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo</p> <p>Ângulos alternos internos e ângulos verticalmente opostos</p>	<p>Identificar ângulos internos e externos de um polígono convexo.</p> <p>Generalizar e justificar a soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos e externos de um polígono convexo.</p> <p>Resolver problemas que incluam ângulos de um polígono convexo.</p> <p>Reconhecer a igualdade das medidas das amplitudes dos ângulos alternos internos em pares de retas paralelas intersectadas por uma secante.</p>	<p>Conduzir os alunos à identificação de ângulos internos e externos de um polígono convexo.</p> <p>Propor a análise, a pares, em ambientes de geometria dinâmica (AGD [Exemplo: <i>GeoGebra</i>]), de polígonos convexos com diferentes números de lados, com registo das observações e inferir as expressões gerais da soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos e externos de um polígono convexo. Incentivar os alunos no desenvolvimento da sua exploração, proporcionando tempo suficiente de trabalho para que os alunos não desistam prematuramente.</p> <p>Propor o desenho de polígonos regulares em ambientes de programação visual [Exemplo: <i>Scratch</i>] a partir da introdução de comprimentos de lados e de amplitudes de ângulos. Solicitar ainda a justificação da soma das medidas das amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo, pela coincidência das posições inicial e final. Encorajar e dar tempo para o desenvolvimento de rotinas de depuração.</p> <p>Promover a exploração, a pares ou em grupo, do conjunto de ângulos internos e externos de um trapézio. Apoiar os alunos no reconhecimento da igualdade das medidas das amplitudes dos ângulos alternos internos em pares de retas paralelas intersectadas</p>	<p>B, C, E, F, I</p>

Propriedades das diagonais de um quadrilátero

Reconhecer e justificar a igualdade das medidas das amplitudes dos ângulos verticalmente opostos.

Identificar as diagonais de um quadrilátero.  
Descrever as propriedades das diagonais de um quadrilátero e aplicá-las para resolver problemas.

Formular conjeturas, generalizações e justificações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo.

por uma secante, podendo fazer-se recurso a AGD.

Propor a justificação de que a soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ , com recurso à igualdade das medidas das amplitudes de ângulos alternos internos.

Criar situações de aprendizagem que valorizem o desenvolvimento da capacidade de visualização recorrendo a diferentes estratégias e recursos como AGD, dobragens ou espelhos [Exemplo A: Dobra uma folha ao meio e corta diferentes triângulos usando a dobra como um dos lados. Quais os polígonos possíveis de obter? Justifica. Exemplo B: Constrói, em AGD, quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos a partir das suas diagonais. Quais as propriedades que mobilizaste na tua construção?].

Propor a análise, com recurso ao AGD, e o registo das propriedades dos quadriláteros (diagonais, simetrias de reflexão e simetrias de rotação) em tabela. Estimular a formulação de conjeturas e generalizações e justificá-las.

Classificação hierárquica dos quadriláteros

Explicar a classificação hierárquica dos quadriláteros, incluindo os casos do trapézio e do papagaio, apresentando e explicando raciocínios e representações.

Identificar propriedades e classificar quadriláteros.

Comunicar matematicamente articulando o conhecimento das propriedades dos quadriláteros com a sua visualização.

Incentivar os alunos a explicitar conjuntos de quadriláteros como subconjuntos de outras classes de quadriláteros, ou como classes que contêm outras.

Incentivar os alunos a comunicar matematicamente as propriedades dos quadriláteros a partir da análise de experiências trabalhadas com AGD.

Áreas do trapézio, losango e papagaio

Generalizar e justificar as fórmulas das áreas do trapézio, do losango e do papagaio, recorrendo às de outras figuras.

Usando AGD, incentivar os alunos, a pares, a generalizar e justificar as fórmulas das áreas do trapézio e do papagaio, recorrendo à composição e decomposição de outras figuras já suas conhecidas.

### Operações com figuras

#### Polígonos semelhantes e razão de semelhança

Reconhecer figuras semelhantes como figuras que têm a mesma forma, obtidas uma da outra por ampliação ou redução.

Identificar figuras semelhantes em situações do cotidiano.

Identificar polígonos semelhantes e a razão de semelhança.

Construir a imagem de uma figura plana por uma homotetia.

Reconhecer a semelhança em mapas com diferentes escalas, estabelecendo conexões matemáticas com outras áreas do saber.

Promover o reconhecimento de que a classificação hierárquica permite a extensão da fórmula do cálculo da medida da área do papagaio ao losango.

Confrontar o significado de semelhança na vida real com o da Matemática, de modo a proporcionar a compreensão dos alunos.

Propor, a pares ou em grupo, a representação e análise de figuras ampliadas e reduzidas recorrendo a AGD e outros instrumentos (malhas quadriculadas e isométricas, pantógrafo, fotocópias ou manipulação de imagem digital), para identificar as características invariantes de figuras semelhantes.

Explorar situações de manipulação de imagens em formato digital em que o aumento de dimensões não resulta em relações de semelhança e levar os alunos a justificar essa ausência de semelhança com argumentos matemáticos, desenvolvendo o seu sentido crítico.

Promover o estudo de mapas e escalas, em contextos de parceria com a disciplina de Geografia, identificando as escalas como razões de semelhança e constante de proporcionalidade direta, evidenciando a relevância da Matemática para a compreensão de situações de outras áreas do saber.

Usar AGD para incentivar a construção, a pares, de ampliações e reduções de polígonos usando o método da homotetia e fatores de ampliação ou redução dinâmicos.

Valorizar exemplos de figuras semelhantes apresentadas pelos alunos e suas explicações, e promover a sua discussão com toda a turma, valorizando a autonomia e a criatividade dos alunos.

Promover a exploração de uma tabela que permita identificar a razão de semelhança como constante de proporcionalidade direta entre medidas lineares de polígonos.

C, D, E, F, I



<p><b>Crítérios de semelhança de triângulos</b></p>	<p>Identificar os critérios de semelhança de triângulos.</p> <p>Reconhecer situações de aplicação indevida dos critérios de semelhança de triângulos.</p> <p>Resolver problemas que envolvam critérios de semelhança de triângulos, em diversos contextos.</p>	<p>Propor a exploração e comparação de diversas situações que levem os alunos a identificar os critérios de semelhança de triângulos, desenvolvendo o seu sentido crítico.</p> <p>Propor a construção de triângulos a partir do critério de semelhança AA para verificar que podem surgir triângulos diferentes entre si, mas semelhantes, incentivando o sentido crítico dos alunos.</p> <p>Levar à análise de casos de triângulos não semelhantes de modo a que os alunos identifiquem aplicações indevidas dos critérios de semelhança (comparação entre dois triângulos que, tendo as medidas de dois lados proporcionais e um ângulo de igual amplitude, não são semelhantes).</p>
<p><b>Relações entre áreas e perímetros de figuras semelhantes</b></p>	<p>Conhecer a razão entre as medidas dos perímetros de duas figuras semelhantes.</p> <p>Conhecer a razão entre as medidas das áreas de duas figuras semelhantes</p> <p>Aplicar as razões entre medidas de perímetros e medidas de áreas de figuras semelhantes em situações concretas.</p>	<p>Propor, a pares ou em grupo, a análise de figuras em que existam relações de semelhança e analisar medidas lineares, angulares e de área conduzindo os alunos na descoberta das diferenças de relação entre estes três tipos de medida.</p> <p>Solicitar a construção de figuras semelhantes a uma figura dada, com o quádruplo ou um quarto da sua área.</p>
<p><b>Figuras no espaço</b></p>		
<p><b>Poliedros regulares</b></p>	<p>Distinguir poliedros regulares e irregulares e explicar as diferenças.</p> <p>Construir modelos tridimensionais dos poliedros regulares e de algumas planificações.</p> <p>Visualizar poliedros e suas planificações.</p> <p>Identificar os poliedros regulares que existem e justificar a não existência de outros.</p>	<p>Promover a exploração de poliedros regulares, colocando a questão: “Quantos poliedros regulares é possível construir? Justifica as tuas respostas.” Para a sua resolução os alunos poderão usar em grupo polígonos de encaixe ou AGD, devendo dispor de tempo suficiente de trabalho para que não desistam prematuramente. A questão a responder poderá ser subdividida, iniciando-se com questões que orientem a exploração dos alunos.</p> <p>Providenciar a construção de poliedros regulares, recorrendo ao uso de material manipulável, promovendo a perseverança na atividade matemática.</p> <p>Incentivar a exploração de <i>applets</i> para o desenvolvimento da</p>

<p>Relações entre faces, arestas e vértices</p>	<p>Estabelecer relações entre o número de elementos das classes de sólidos (faces, arestas e vértices).</p> <p>Inferir a fórmula de Euler a partir da análise de um conjunto alargado de poliedros.</p> <p>Relacionar elementos de poliedros com propriedades de números inteiros, raciocinando matematicamente.</p> <p>Validar experiências prévias através do reconhecimento da fórmula de Euler.</p>	<p>capacidade de visualização.</p> <p>Proporcionar oportunidades para os alunos conjeturarem, generalizarem e justificarem relações entre o número de vértices, arestas e faces de poliedros, usando propriedades de números inteiros [Exemplo: Identificar uma propriedade relativa ao número total de arestas de uma pirâmide ou de um prisma].</p> <p>Apoiar a exploração, a pares ou em grupo, das propriedades dos poliedros regulares e de alguns poliedros não regulares, incluindo pelo menos um sólido arquimediano. Sugerir o registo das propriedades em tabela.</p> <p>Ainda partindo da mesma tabela, incentivar a identificação da fórmula de Euler para todos os poliedros estudados, promovendo progressivamente a construção da autoconfiança dos alunos.</p>	
---	---	--	--

Cofinanciado por:



UNIÃO EUROPEIA  
Fundo Social Europeu